

# 不确定退化测量数据下的剩余寿命估计

司小胜,胡昌华,张 琪,何华锋,周 涛

(第二炮兵工程大学控制工程系 302 教研室,陕西西安 710025)

**摘 要:** 剩余寿命估计是工程系统预测与健康管理的核心。目前,基于观测的系统退化数据进行剩余寿命估计得到了很大的关注。由于系统随机退化过程和测量误差的影响,测量数据中不可避免包含退化随机性和测量不确定性。然而,现有基于观测数据的剩余寿命估计研究中,没有将退化随机性和测量不确定性对估计的剩余寿命分布的影响同时考虑。鉴于此,提出了一种基于 Wiener 过程且同时考虑随机退化和不确定测量的退化建模方法,利用 Kalman 滤波技术,实现了潜在退化状态的实时估计。在退化状态估计的基础上,得到了同时考虑退化状态不确定性和测量不确定性的解析剩余寿命分布。此外,提出了一种基于极大似然方法的退化模型参数估计方法。最后,通过陀螺仪的退化测量数据验证了本文提出的方法优于不考虑测量不确定性的方法,可以提高剩余寿命估计的准确性。

**关键词:** 剩余寿命估计;退化模型;不确定测量;Kalman 滤波

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)01-0030-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.01.006

## Estimating Remaining Useful Life Under Uncertain Degradation Measurements

SI Xiao-sheng, HU Chang-hua, ZHANG Qi, HE Hua-feng, ZHOU Tao

(Department of Automation, Xi'an Institute of High-Tech, Xi'an, Shaanxi 710025, China)

**Abstract:** Remaining useful lifetime (RUL) estimation is a key issue in prognosis and health management for industrial systems. Currently, the use of the observed degradation data of a system holds promise to estimate its RUL. Due to the effect of system's stochastic deterioration and uncertain measurements, the measured data are inevitably contaminated by the stochasticity of the degradation and measurement uncertainty. However, in current studies of the RUL estimation based on the measured data, there is no report considering the effect of the degradation stochasticity and measurement uncertainty on the estimated RUL distribution. In this paper, a new degradation modeling approach is proposed based on Wiener process, which considers system's stochastic deterioration and uncertain measurements simultaneously, and the Kalman filtering technique is utilized to estimate the underlying degradation state. On the basis of the estimated degradation state, the analytical RUL distribution is derived which accounts for the uncertainties in the estimated degradation state and measurements. Additionally, a parameter estimation method for the developed model is presented based on the maximum likelihood method. Finally, a case study for gyros verifies the proposed method and the results indicate that the proposed method is superior to the method without considering uncertain measurements and can improve the accuracy of the estimated RUL.

**Key words:** remaining useful life estimation; degradation model; uncertain measurements; Kalman filter

## 1 引言

随着现代化高科技研发和生产技术的快速发展以及全球化竞争的日益加剧,现代化工业设备正朝着大规模、复杂化的方向发展。然而,工业设备在长周期运行过程中受到各种环境作用时,其材料的性能会随之产生变化,经过一定的作用累积期并达到某种量级时,会导致

设备损伤的出现,表现为设备输出参数的变化,如元器件电性能的衰退、机械元件磨损、绝缘材料的老化等<sup>[1~3]</sup>。当累积到一定程度时,最终导致设备失效。一旦发生由于失效引起的事故,所造成的人员财产损失甚至环境破坏往往是不可估量的。因此,通过设备退化的测量数据,建立其退化规律的演化模型,进而实现设备剩余寿命(Remaining Useful Life, RUL)估计是一条经济可行

的途径<sup>[4]</sup>.

随着传感和信息技术的发展,基于设备实际运行过程中测量数据的剩余寿命估计方法得到了快速的发展.文献[4]根据数据的类型,将获取到的数据分为直接监测数据和间接监测数据,基于此,将现有的剩余寿命估计方法划分为基于直接监测数据的方法和基于间接监测数据的方法.直接监测数据主要指可以直接反映设备的性能或健康状态的监测数据,而间接监测数据主要指只能间接或部分的反映设备的性能或健康状态的监测数据.

现有的基于测量数据的剩余寿命估计研究,大多只考虑测量数据的不确定性是由随机退化本身引起的情况.例如,文献[5]假设退化轨迹可以通过对数变换转化为线性轨迹,然后采用 Wiener 过程进行建模,实现实时剩余寿命估计,但采用了近似方法来求取剩余寿命的分布,造成剩余寿命的矩估计不存在;文献[6]提出了一种基于 Wiener 过程的剩余寿命自适应估计方法,克服了传统方法的强马氏性假设;最近,文献[7]解决了剩余寿命估计的精确封闭解的求解问题,而且结果能够保证剩余寿命矩估计的存在性,是目前文献中唯一的具有这些优良性质的研究成果.但是,以上这些代表性的研究成果中,都没有考虑数据测量过程可能存在的测量误差或干扰的情况,即假设测量过程是理想的.然而,由于系统随机退化过程和测量误差的影响,测量数据中不可避免包含退化随机性和测量不确定性.文献[8~10]在退化建模时融入了退化数据中的测量误差,但仅在模型参数估计中进行了考虑,没有将退化随机性和测量不确定性对估计的剩余寿命分布的影响同时考虑,且这些方法不能实现剩余寿命的实时估计.

鉴于以上问题,本文提出了一种基于 Wiener 过程且同时考虑随机退化和不确定测量的退化建模方法,利用 Kalman 滤波技术,实现了潜在退化状态的实时估计.在退化状态估计的基础上,得到了同时考虑退化状态不确定性和测量不确定性的解析剩余寿命分布.此外,论文提出了一种基于极大似然方法的退化模型参数估计方法.最后,通过陀螺仪的退化测量数据验证了本文提出的方法优于不考虑测量不确定性的结果,可以提高剩余寿命估计的准确性.

## 2 问题描述

基于 Wiener 过程的退化模型是一类典型的描述设备随机退化过程的线性随机模型<sup>[11,12]</sup>.到目前为止,这类模型已经在设备腐蚀、机械振动、液晶显示器劣化等退化中得到了广泛的应用<sup>[4]</sup>.因此,本文采用这一模型来实现提出的研究思路.

令随机过程  $\{X(t), t \geq 0\}$  表示设备随运行时间  $t$  ( $t > 0$ ) 的潜在退化过程,具体由 Wiener 过程进行描述.一般地,基于 Wiener 过程的退化模型可以表示为:

$$X(t) = X(0) + \theta t + \sigma B(t) \quad (1)$$

其中  $\theta$  是漂移系数,  $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) 是扩散系数;  $\{B(t), t \geq 0\}$  是标准 Brownian 运动,且有  $\sigma B(t) \sim N(0, \sigma^2 t)$ ,用来刻画退化过程的随机动态及退化过程随时间变化的不确定性.令  $X(0) = x_0$  表示初始退化状态.不失一般性,在本文中假设  $x_0 = 0$ .

此外,在工程实际中,对于潜在退化状态的理想测量几乎是不可能的或者成本太高.相比之下,基于传感器测量的间接测量在实际中非常普遍,但是这样得到的测量数据不可避免的受到由于噪声、扰动、非理性测量仪器等引起的测量不确定性的影响.在这种情况下,得到的测量是非理想的,只能部分的反映设备的潜在退化状态.为了描述测量不确定性的作用,令  $\{Y(t), t \geq 0\}$  表示对应的测量过程,通过测量过程建立潜在的退化状态与不确定测量数据之间的关系.在本文中采用以下退化领域最常用的测量模型,即  $t$  时刻的潜在退化状态与测量之间的关系为:

$$Y(t) = X(t) + \epsilon \quad (2)$$

其中  $\epsilon$  是随机测量误差,假设在任一时刻  $t$  测量误差是独立同分布的,且有  $\epsilon \sim N(0, \gamma^2)$ .进一步假设  $\epsilon$  与  $B(t)$  是相互独立的.以上的假设在退化建模和寿命估计领域广泛使用,见文献[4].

通过以上的模型描述可以看出,当  $\gamma^2 = 0$  时,以上的模型即为典型的基于 Wiener 过程的退化模型,仅仅描述了退化过程潜在的不确定性,而没有考虑测量不确定性的存在.

为了实现剩余寿命的估计,首先通过随机退化过程首次时间的概念来定义设备的寿命.也就是说,一旦随机退化过程  $\{X(t), t \geq 0\}$  首次达到预先给定的失效阈值(该阈值一般通过一些工业标准确定,如振动幅值、陀螺漂移等),则认为设备失效,需要对其进行维护后才能再次使用.根据首次时间的概念,设备的寿命  $T$  可以定义为

$$T = \inf\{t: X(t) \geq \omega \mid X(0) < \omega\} \quad (3)$$

其中  $\omega$  为预先给定的失效阈值.

在以上的框架下,本文的主要目标是基于实时测量的退化数据实现对服役设备剩余寿命的估计,并在新的退化测量数据获取后可以实现剩余寿命分布的更新.假设获取退化测量数据的离散监测时间点为  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_k$ ,令  $y_k = Y(t_k)$  表示  $t_k$  时刻的退化测量.因此,到时刻  $t_k$  的所有退化测量数据的集合可以表示为  $\mathbf{Y}_{1:k} = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ ,对应的退化状态的集合为  $\mathbf{X}_{1:k} =$

$\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ , 其中  $x_k = X(t_k)$ . 由式(2), 进一步可以将  $t_k$  时刻的测量方程描述为  $y_k = x_k + \varepsilon_k$ , 其中  $\varepsilon_k$  是  $\varepsilon$  的独立同分布实现.

通过首达时间,  $t_k$  时刻的剩余寿命  $L_k$  可以定义为

$$L_k = \inf\{l_k > 0: X(l_k + t_k) \geq \omega\} \quad (4)$$

对应剩余寿命  $L_k$  的概率密度函数和累积分布函数分别为  $f_{L_k|Y_{1:k}}(l_k|Y_{1:k})$  和  $F_{L_k|Y_{1:k}}(l_k|Y_{1:k})$ , 且有

$$F_{L_k|Y_{1:k}}(l_k|Y_{1:k}) = \Pr(\sup_{l_i > 0} X(t_k + l_k) \geq \omega | Y_{1:k}) \quad (5)$$

其中  $Y_{1:k}$  为到时刻  $t_k$  的所有退化测量数据的集合.

在本文剩余的部分, 主要目标是基于  $Y_{1:k}$  求解  $f_{L_k|Y_{1:k}}(l_k|Y_{1:k})$  和  $F_{L_k|Y_{1:k}}(l_k|Y_{1:k})$ . 通过以上建模过程可以发现, 本文区别于现有研究的主要之处在于同时考虑了退化状态不确定性和测量不确定性, 并在新的测量数据获取后可以实现剩余寿命分布的更新, 进而实现实时的剩余寿命估计.

### 3 不确定性测量下的剩余寿命估计

首先仅考虑潜在的退化过程  $\{X(t), t \geq 0\}$ . 为了融入当前的退化状态和剩余寿命估计的更新机制, 假设系统在  $t_k$  时刻仍正常运行的情况下, 潜在的退化状态为  $X(t_k) = x_k (x_k < \omega)$ . 因此, 对于  $t \geq t_k$ , 给定  $x_k$ , 根据 Wiener 过程的 Markov 性, 从  $t_k$  时刻开始的退化过程随时间变化的轨迹为

$$X(t) = x_k + \theta(t - t_k) + \sigma B(t - t_k), t \geq t_k \quad (6)$$

在这种情况下, 如果  $t$  是随机过程  $\{X(t), t \geq t_k\}$  的首达时间, 那么根据剩余寿命的定义(4),  $t - t_k$  就对应着  $t_k$  时刻设备剩余寿命的实现值. 因此, 对式(6)采用变换  $l_k = t - t_k$ , 其中  $l_k > 0$ , 那么退化过程  $\{X(t), t \geq t_k\}$  就可以变换为在剩余时间  $l_k$  尺度下:

$$X(l_k + t_k) = x_k + \theta l_k + \sigma(B(l_k + t_k) - B(t_k)), l_k > 0 \quad (7)$$

因此,  $t_k$  时刻的剩余寿命就等于随机过程  $\{\tilde{X}(l_k), l_k \geq 0\}$  首次穿越阈值  $\omega_k = \omega - x_k$  的时间, 其中  $\tilde{X}(l_i) = X(l_k + t_k) - x_k$  且  $\tilde{X}(0) = 0$ . 也就是说, 在  $t_k$  时刻,

$$\tilde{X}(l_i) = \theta l_i + \sigma W(l_i) \quad (8)$$

其中  $W(l_k) = B(l_k + t_k) - B(t_k)$ .

为了推导  $f_{L_k|Y_{1:k}}(l_k|Y_{1:k})$  就需要首先得到  $f_{L_k|x_k}(l_k|x_k)$ . 而为了推导出  $f_{L_k|x_k}(l_k|x_k)$ , 就需要先证明随机过程  $\{W(l_i), l_i \geq 0\}$  仍然是一个标准 Brownian 运动过程, 其中  $W(l_i) = B(l_i + t_i) - B(t_i)$ . 这一结论由以下引理保证.

**引理 1**<sup>[7]</sup> 给定  $t_k$ , 随机过程  $\{W(t), t \geq 0\}$  (其中

对任意  $t \geq 0$ ,  $W(t) = B(t + t_k) - B(t_k)$ ) 仍然是一个标准 Brownian 运动过程, 其中  $\{B(t), t \geq 0\}$  为标准 Brownian 运动.

根据随机过程的相关理论可知, Wiener 过程首达一固定阈值的时间服从逆高斯分布. 由前面的推导可以看出  $\{\tilde{X}(l_k), l_k \geq 0\}$  仍为 Wiener 过程. 因此在给定当前退化状态  $x_k (x_k < \omega)$  的前提下, 条件剩余寿命分布  $f_{L_k|x_k}(l_k|x_k)$  可以通过以下结论得到.

**定理 1** 对于退化模型(1)和(4)中定义的剩余寿命, 给定当前时刻  $t_k$  的退化状态  $x_k (x_k < \omega)$  时, 关于  $t_k$  时刻的条件剩余寿命有以下结论:

$$(1) f_{L_k|x_k}(l_k|x_k) = \frac{\omega - x_k}{\sqrt{2\pi l_k^3 \sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\omega - x_k - \theta l_k)^2}{2\sigma^2 l_k}\right) \quad (9)$$

$$(2) F_{L_k|x_k}(l_k|x_k) = 1 - \Phi\left(\frac{\omega - x_k - \theta l_k}{\sigma \sqrt{l_k}}\right) + \exp\left(\frac{2\theta(\omega - x_k)}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-\omega + x_k - \theta l_k}{\sigma \sqrt{l_k}}\right) \quad (10)$$

$$(3) E(L_k|x_k) = \frac{\omega - x_k}{\theta}, \text{var}(L_k|x_k) = \frac{(\omega - x_k)\sigma^2}{\theta^3} \quad (11)$$

以上的结论仅考虑潜在退化过程  $\{X(t), t \geq 0\}$ , 而且估计的剩余寿命仅依赖当前的退化状态  $x_k$ . 如第 2 节所描述的, 实际中仅有到当前时刻的不确定测量可以获得, 而退化状态  $x_k$  是无法精确测量的, 因此不能直接基于  $x_k$  进行剩余寿命估计. 为了实现在不确定测量下估计剩余寿命, 需要先基于  $Y_{1:k}$  估计设备的退化状态  $x_k$  及其分布, 以刻画测量不确定性对状态估计的影响.

为了估计设备的退化状态, 将退化状态方程和测量方程在监测时刻转换为离散时间方程. 然后在离散时间点  $t_k, k = 1, 2, \dots$  上可以得到变换后的退化模型:

$$\begin{aligned} x_k &= x_{k-1} + \theta(t_k - t_{k-1}) + v_k \\ y_k &= x_k + \varepsilon_k \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $v_k = \sigma[B(t_k) - B(t_{k-1})]$ ,  $\varepsilon_k$  是  $\varepsilon$  在  $t_k$  时刻的实现.  $\{v_k\}_{k \geq 1}$  和  $\{\varepsilon_k\}_{k \geq 1}$  是独立同分布的噪声序列. 根据第 2 节的模型设定, 进一步有  $v_k \sim N(0, \sigma^2(t_k - t_{k-1}))$  和  $\varepsilon_k \sim N(0, \gamma^2)$ .

根据建立的模型(12), 可以利用 Kalman 滤波技术实现潜在退化状态的估计. 首先, 定义  $\hat{x}_{k|k} = E(x_k | Y_{1:k})$  和  $P_{k|k} = \text{var}(x_k | Y_{1:k})$  分别为通过测量  $Y_{1:k}$  对退化状态  $x_k$  估计的期望和方差. 此外, 定义  $\hat{x}_{k|k-1} = E(x_k | Y_{1:k-1})$  和  $P_{k|k-1} = \text{var}(x_k | Y_{1:k-1})$  分别为一步预测的期望和方差. 因此, 在时间  $t_k$ , 基于 Kalman 滤波的潜在退化状态估计和更新过程如下:

状态估计:

$$\hat{x}_{k|k-1} = \hat{x}_{k-1|k-1} + \theta(t_k - t_{k-1})$$

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K(k)(y_k - \hat{x}_{k|k-1}) \\ K(k) &= P_{k|k-1}(P_{k|k-1} + \gamma^2)^{-1} \\ P_{k|k-1} &= P_{k-1|k-1} + \sigma^2(t_k - t_{k-1})\end{aligned}$$

方差更新:

$$P_{k|k} = (1 - K(k)) P_{k|k-1}$$

应用以上的 Kalman 滤波算法,基于到  $t_k$  时刻所有测量  $\mathbf{Y}_{1:k}$  的状态  $x_k$  的后验估计是高斯分布的,且可以解析显式表示,即  $x_k | \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\hat{x}_{k|k}, P_{k|k})$ . 也就是说,由于测量不确定的存在,从测量中估计的潜在退化状态也是不确定的,因而引入了估计不确定性,由退化状态的概率分布刻画. 为了在剩余寿命估计的结果中解释潜在退化状态估计的不确定性,在这种情况下的剩余寿命估计可以由下式推导得出:

$$f_{L_k | \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = E_{x_k | \mathbf{Y}_{1:k}} [f_{L_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k})] \quad (13)$$

$$F_{L_k | \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = E_{x_k | \mathbf{Y}_{1:k}} [F_{L_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k})] \quad (14)$$

其中  $p(x_k | \mathbf{Y}_{1:k})$  是  $x_k | \mathbf{Y}_{1:k}$  的条件概率密度函数,其均值为  $\hat{x}_{k|k}$ , 方差为  $P_{k|k}$ .

为了解析的计算式(13)和(14),给出以下的引理.

**引理 2** 给定当前的退化状态  $x_k$  和所有测量  $\mathbf{Y}_{1:k}$ , 有下式成立:

$$\begin{aligned}f_{L_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k}) &= f_{L_k | x_k}(l_k | x_k) \\ F_{L_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | x_k, \mathbf{Y}_{1:k}) &= F_{L_k | x_k}(l_k | x_k)\end{aligned} \quad (15)$$

基于定理 1 和引理 2, 利用全概率公式, 可以解析的计算式(13)和(14)中涉及的积分问题, 并得到以下不确定测量下的剩余寿命估计结果.

**定理 2** 对于退化模型(1)和(4)中定义的剩余寿命, 给定到当前时刻  $t_k$  的所有不确定测量  $\mathbf{Y}_{1:k}$  时, 关于  $t_k$  时刻的剩余寿命估计有以下结论成立:

$$(1) f_{L_k | \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = \frac{(\omega - \hat{x}_{k|k})\sigma^2 + P_{k|k}\theta}{\sqrt{2\pi(P_{k|k} + \sigma^2 l_k^3)}} \cdot \exp\left(-\frac{(\omega - \hat{x}_{k|k} - \theta l_k)^2}{2(P_{k|k} + \sigma^2 l_k^3)}\right) \quad (16)$$

$$(2) F_{L_k | \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = 1 - \Phi\left(\frac{\omega - \hat{x}_{k|k} - \theta l_k}{\sqrt{P_{k|k} + \sigma^2 l_k^3}}\right) + \exp\left(\frac{2\theta(\omega - \hat{x}_{k|k})}{\sigma^2} + \frac{2\theta^2 P_{k|k}}{\sigma^4}\right) \cdot \Phi\left(\frac{-\omega + \hat{x}_{k|k} - \theta l_k - \frac{2\theta P_{k|k}}{\sigma^2}}{\sqrt{P_{k|k} + \sigma^2 l_k^3}}\right) \quad (17)$$

$$(3) E(L_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = \frac{\omega - \hat{x}_{k|k}}{\theta}$$

$$\text{var}(L_k | \mathbf{Y}_{1:k}) = \frac{(\omega - \hat{x}_{k|k})\sigma^2 + \theta P_{k|k}}{\theta^3} \quad (18)$$

关于定理 2 的证明, 可以基于定理 1 的结论和 Kalman 滤波进行状态估计的高斯分布特性, 利用全概率公式得到, 这里不再给出.

通过定理 2 可以看出, 估计的剩余寿命同时考虑了退化过程本身的随机性和测量不确定性引起的潜在退化状态估计的不确定性, 且在  $\gamma^2 = 0$  时, 以上的结论即为定理 1 的结果. 因此仅考虑退化过程本身的随机性的结果是本文结果的特例. 在以上的结果中, 参数  $\sigma^2, \gamma^2, \theta$  是未知的, 因此为了实现剩余寿命估计, 就需要通过历史数据先确定这些模型参数, 这将在下一节中具体讨论.

## 4 模型参数估计

估计出模型参数  $\sigma^2, \gamma^2, \theta$  后可以初始化退化模型, 然后利用上一节的方法在测量数据获取后实现剩余寿命的估计. 令  $\Theta = (\sigma^2, \gamma^2, \theta)'$  表示未知参数向量. 假设有  $N$  个测量设备, 且第  $i$  个设备的测量时间为  $t_1, \dots, t_M$ , 对应的测量数据为  $\{Y_i(t_j) = y_{i,j}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M\}$ , 其中表示每个设备的测量数据的个数. 由式(2)知, 第  $i$  个设备在时刻  $t_j$  的测量可以表示为

$$Y_i(t_j) = \theta t_j + \sigma B(t_j) + \epsilon_{ij} \quad (19)$$

其中  $\epsilon_{ij}$  是测量误差, 且有  $\epsilon_{ij} \sim N(0, \gamma^2)$ .

为了方便起见, 仅以第  $i$  个设备的测量数据为例, 研究测量数据对应的似然函数. 令  $\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_M)'$ ,  $\mathbf{y}_i = (y_{i,1}, \dots, y_{i,M})'$ . 根据独立性假设和 Brownian 运动的独立增量性质, 可知  $\mathbf{y}_i$  是多变量正态分布的, 其均值和方差特征如下:

$$\mathbf{y}_i \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Omega}), \boldsymbol{\mu} = \theta \mathbf{t} \quad (20)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2 \mathbf{Q} + \gamma^2 \mathbf{I}_M, \mathbf{Q} = [\min\{t_i, t_j\}]_{1 \leq i, j \leq M} \quad (21)$$

其中  $\mathbf{I}_M$  是  $M$  阶单位阵.

因此, 对于第  $i$  个设备的测量数据, 有

$$\mathbf{y}_i \sim N(\theta \mathbf{t}, \sigma^2 \mathbf{Q} + \gamma^2 \mathbf{I}_M) \quad (22)$$

令  $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N)'$  表示  $N$  个设备所有的测量数据. 根据不同设备测量数据之间的独立性假设, 关于  $\Theta$  对应所有测量数据  $\mathbf{Y}$  的似然函数为

$$\begin{aligned}\ell(\Theta | \mathbf{Y}) &= -\frac{NM}{2} \ln(2\pi) - \frac{N}{2} \ln |\boldsymbol{\Omega}| \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\mathbf{y}_i - \theta \mathbf{t})' \boldsymbol{\Omega}^{-1} (\mathbf{y}_i - \theta \mathbf{t})\end{aligned} \quad (23)$$

因此,  $\sigma^2, \gamma^2, \theta$  的极大似然估计可以通过最大化式(23)得到, 在本文中将采用 MATLAB 中多维搜索的方法得到. 关于类似的极大似然估计方法的更详细的实现过程, 见文献[10].

## 5 实验研究

陀螺仪是惯性导航平台的重要组成部分.在实际中,陀螺仪转子高速旋转势必造成转轴的磨损,随着工作时间的累积,引起漂移系数的增大和性能的退化,最终导致失效<sup>[3,6,7]</sup>.因此,通过对陀螺退化数据的监测,建立其退化规律的演化模型,进而评估设备的寿命,对于提高平台系统的运行可靠性具有重要的意义.在物理学中,Wiener过程旨在模拟小微粒在液体和空气中的随机游动与微小的波动,而陀螺漂移退化过程在一个小的时间间隔内微小的增加或减少的行为类似于小颗粒在液体和空气随机游走.通过作者前期的研究发现<sup>[6,7]</sup>,Wiener过程对于陀螺漂移退化数据具有很好的建模性能,因此本文选择 Wiener 过程为退化模型.

下面就通过最近测试的一组陀螺仪漂移监测数据来验证本文提出的方法.该数据包括三个陀螺仪在实际使用过程中记录的在 210 个不同状态监测时间点上的漂移系数数据.在实验中,按照该陀螺仪的技术指标,选择失效阈值为  $w = 0.36(^{\circ}/h)$ .按照通电时间来记,监测时间间隔为 2.5 小时.在测试中,一个运行到超过失效阈值,对应的寿命为 528 小时,其余两个在完成测试后仍满足技术指标的要求.对应陀螺漂移监测全寿命周期的测量数据如图 1 所示.

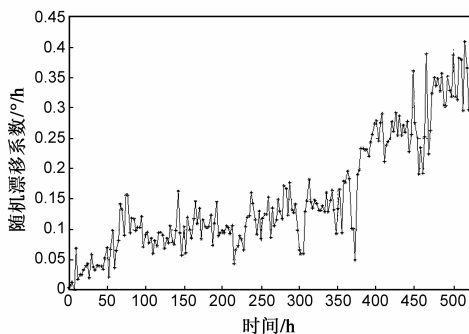


图1 陀螺漂移的监测数据

通过图 1 可以发现,由于测量不确定性的影响,测量数据  $Y_{1,k}$  的值可能会在实际失效时间前超过失效阈值.这种情况下,如果直接忽略测量不确定性进行剩余寿命估计,将导致不符合实际的结果.因此,不能简单地直接通过测量数据确定系统的剩余寿命,而应通过潜在退化过程  $\{X(t), t \geq 0\}$  估计剩余寿命.

基于提出的模型参数极大似然估计方法,利用其余两个陀螺仪的数据进行参数估计,并利用 AIC 准则和对数似然函数值进行模型比较.表 1 给出了在考虑不确定测量和不考虑不确定测量时的参数估计结果.

通过表 1 可以看出,考虑不确定测量时模型对数据的拟合结果较不考虑不确定测量的结果有较大的提

高,因为考虑测量不确定性的结果对应更大的似然函数值和更小的 AIC 值.

表 1 退化模型参数估计结果

	$\theta$	$\sigma$	$\gamma$	log-LF	AIC
不确定测量	0.00076	0.01063	0.18136	409.7	-813.52
确定测量	0.00078	0.01094	—	391.1	-778.34

基于表 1 给出的模型参数,利用图 1 中的全周期数据就可以实现本文提出的剩余寿命估计方法.首先给出本文方法基于测量数据估计的潜在退化状态的结果,如图 2 所示.

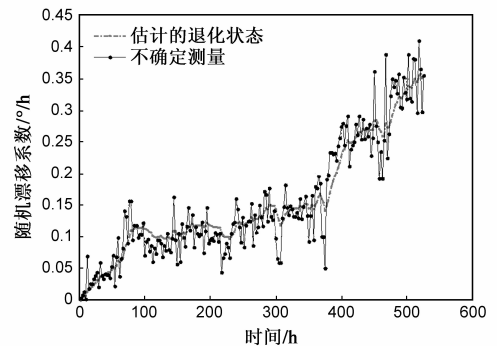


图2 基于不确定测量数据的潜在退化状态估计

在退化状态估计的基础上,可以通过式(16)计算在不同测量数据点时的剩余寿命的概率密度函数.图 3 给出了几个不同测量点对应的剩余寿命估计的概率密度曲线.

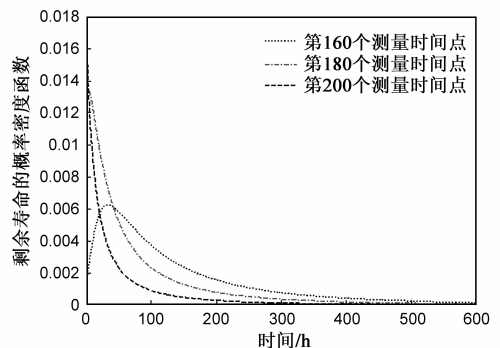


图3 不同测量点的剩余寿命概率密度曲线

从图 2 和图 3 可以看出本文的方法可以实现基于不确定测量的潜在退化状态和剩余寿命分布的估计.为了验证本文的方法可以提高剩余寿命估计的准确性,在寿命的 30%、50%、70%、90% 分位点上分别给出了考虑不确定测量和不考虑不确定测量时估计的平均剩余寿命以及对应的估计相对误差,如表 2 所示.

通过表 2 中的结果可以看出,本文提出的方法可以提高剩余寿命估计的准确性,而且考虑不确定测量的影响可以减少剩余寿命估计的相对误差,进而验证了

本文方法的有效性.

表 2 在不同寿命分位点估计的平均剩余寿命和相对误差

	30%	50%	70%	90%
不确定测量	472.46 (10.52%)	567.17 (7.42%)	554.64 (5.05%)	546.24 (3.45%)
确定测量	473.74 (10.25%)	575.52 (9.0%)	599.69 (13.58%)	601.48 (13.92%)

## 6 结论

为了解决同时考虑退化随机性和测量不确定性的剩余寿命估计问题,本文首先提出了一种基于 Wiener 过程且同时考虑随机退化和不确定测量的退化建模方法,利用 Kalman 滤波技术,实现了潜在退化状态的实时估计.然后,在退化状态估计的基础上,得到了同时考虑退化状态不确定性和测量不确定性的解析剩余寿命分布.模型的未知参数通过极大似然方法得到.最后,基于陀螺仪的退化测量数据验证了本文提出的方法得到的结果优于不考虑测量不确定性的结果,可以提高剩余寿命估计的准确性.

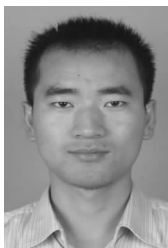
## 参考文献

- [1] Meeker W Q, Escobar L A. Statistical Methods for Reliability Data[M]. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- [2] 陈亮, 胡昌华. 基于退化建模的可靠性分析研究现状[J]. 控制与决策, 2009, 24(9): 1281 - 1287.  
Chen Liang, Hu Changhua. Review of reliability analysis methods based on degradation modelling[J]. Control and Decision, 2009, 24(9): 1281 - 1287. (in Chinese)
- [3] Si X S, Wang W, Hu C H, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 50 - 67.
- [4] Si X S, Wang W, Hu C H, et al. Remaining useful life estimation-A review on the statistical data driven approaches[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 213(1): 1 - 14.
- [5] Gebraeel N, Lawley M A, Li R, et al. Residual-life distributions from component degradation signals: A Bayesian approach[J]. IIE Transaction, 2005, 37(3): 543 - 557.
- [6] Si X S, Wang W, Chen M Y, et al. A Wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 35(1 - 2): 219 - 237.
- [7] Si X S, Wang W, Chen M Y, et al. A degradation path-dependent approach for remaining useful life estimation with an exact and closed-form solution[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 226(1): 53 - 66.
- [8] Whitmore G A. Estimating degradation by a Wiener diffusion

process subject to measurement error[J]. Lifetime Data Analysis, 1995, 1: 307 - 319.

- [9] Peng C Y, Tseng S T. Mis-specification analysis of linear degradation models[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2009, 58(3): 444 - 455.
- [10] 司小胜, 胡昌华, 周东华. 带测量误差的非线性退化过程建模与剩余寿命估计[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 530 - 541.  
Si Xiaosheng, Hu Changhua, Zhou Donghua. Nonlinear degradation process modeling and remaining useful life estimation subject to measurement error[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(5): 530 - 541. (in Chinese)
- [11] 彭宝华, 周经伦, 冯静, 刘学敏. 金属化膜脉冲电容器剩余寿命预测方法研究[J]. 电子学报, 2011, 39(11): 2674 - 2679.  
Peng Baohua, Zhou Jinglun, Feng Jing, Liu Xuemin. Residual lifetime prediction of metallized film pulse capacitors[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(11): 2674 - 2679. (in Chinese)
- [12] 王小林, 郭波, 程志君. 融合多源信息的维纳过程性能退化产品的可靠性评估[J]. 电子学报, 2012, 40(5): 977 - 982.  
Wang Xiaolin, Guo Bo, Cheng Zhijun. Reliability assessment of products with Wiener process degradation by fusing multiple information[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(5): 977 - 982. (in Chinese)

## 作者简介



司小胜 男, 1984 年 10 月出生, 甘肃通渭人. 2002 年 9 月进入第二炮兵工程大学控制工程系, 现为第二炮兵工程大学与清华大学联合培养博士研究生, 从事寿命预测与健康管理和随机模型、预测维护决策等方面的研究工作.  
E-mail: sxs09@mails.tsinghua.edu.cn



胡昌华 男, 1966 年 6 月出生, 湖北罗田人, 教授、博士生导师. 1996 年 6 月于西北工业大学获工学博士学位. 现为第二炮兵工程大学“导航、制导与控制”国家重点学科带头人. 从事导弹控制系统的潜通路分析、故障诊断、寿命预测和最优维护等方面的研究工作.